

**Olimpiada Națională de Matematică****Etapa Județeană/a Sectoarelor Municipiului București, 2026****CLASA a VI-a**

Problema 1. Considerăm mulțimile:

$$A = \{n \in \mathbb{N} \mid n \leq 1000 \text{ și } n \text{ dă restul } 2 \text{ la împărțirea cu } 3\},$$

$$B = \{n \in \mathbb{N} \mid n \leq 1000 \text{ și } n \text{ dă restul } 1 \text{ la împărțirea cu } 7\}.$$

- a) Care este cel mai mic element al mulțimii $A \cap B$?
- b) Aflați numărul elementelor mulțimii $A \cup B$.

Gazeta Matematică

Problema 2. Determinați numărul natural prim x și numărul natural nenul y având proprietatea $\frac{x}{2y} = \frac{x+1}{x+y+8}$.

Problema 3. Triunghiul ABC este isoscel și are $\angle BAC = 100^\circ$. Cercul de centru C și rază CA taie segmentul BC în D , cercul de centru D și rază DB taie segmentul AB în punctul interior E și cercul de centru D și rază DA taie segmentul AC în punctul interior F .

- a) Arătați că $CF = DE$.
- b) Paralela prin punctul F la dreapta AB taie latura BC în M . Arătați că $MD = AE$.

Problema 4. Vom numi *lente* numerele naturale nenule L care au cel puțin patru divizori și, dacă $1 = d_1 < d_2 < \dots < d_p = L$ sunt divizorii lui L , atunci fiecare număr din șirul divizorilor, începând cu al patrulea, este mai mic sau egal decât suma a trei dintre divizorii precedenți.

- a) Arătați că 72 este un număr lent.
- b) Demonstrați că produsul oricăror două numere lente este tot un număr lent.

Timp de lucru 3 ore.

Fiecare problemă este notată cu 22,5 puncte.